Г. И. Просветов

УЧИМСЯ СЧИТАТЬ БЫСТРО:

ЗАДАЧИ И РЕШЕНИЯ

Учебно-практическое пособие

Москва
Альфа-Пресс
2008

УДК 51(07)
ББК 22.1
П 82

П 82 **Просветов Г. И.**

УЧИМСЯ СЧИТАТЬ БЫСТРО: ЗАДАЧИ И РЕШЕНИЯ: Учебно-практическое пособие. — М.: Издательство «Альфа-Пресс», 2008. — 80 с.

ISBN 978-5-94280-356-8

В наш век высоких технологий и повсеместного использования компьютеров умение быстро и правильно производить в уме без помощи вычислительных устройств достаточно сложные вычисления ни в коем случае не утрачивает, а наоборот, приобретает все большую актуальность. Такие навыки помогут человеку в учебе, в быту, в профессиональной деятельности. Кроме того, быстрый счет — настоящая гимнастика для ума, приучающая в самых сложных жизненных ситуациях находить в кратчайшее время нестандартные решения.

Книга поможет научиться быстро, и самое главное правильно, производить не только элементарные действия, но и такие сложные математические вычисления, как возведение в квадрат, извлечение квадратных и кубических корней, вычисление экспоненты.

Для школьников, студентов, преподавателей и просто неравнодушных к математике людей.

ISBN 978-5-94280-356-8
9 785942 803568

УДК 51(07)
ББК 22.1

© Просветов Г. И., 2008
© ООО Издательство «Альфа-Пресс», 2008

ПРЕДИСЛОВИЕ

Нетрудно свести лошадь к воде. Но если Вы заставите плавать ее на спине — вот это значит, что Вы чего-то добились.

Первый закон Хартли

К сожалению, преподавание школьной математики оставляет желать лучшего. Например, если раньше деление синуса на косинус проблем у школьников не вызывало и автоматически появлялся тангенс, то теперь время от времени можно встретить и такое экзотическое решение: $\frac{\sin x}{\cos x} = \frac{\text{in}}{\text{co}}$.

А ведь роль математики огромна. Практически ни одну задачу по физике, химии и т. д. нельзя решить, не обладая элементарными навыками вычисления. Но отсутствие соответствующей вычислительной подготовки приводит к тому, что слово «математика» возбуждает у многих просто суеверный ужас.

Свою негативную роль в понижении вычислительной культуры сыграло и повальное увлечение калькуляторами. Конечно, калькулятор полезен при каких-то очень сложных и громоздких расчетах. Но развитию памяти, мышления, изобретательности, сообразительности он совершенно не способствует. Калькулятор не способен думать за человека.

Вычисления в уме укрепляют память и повышают способность к концентрации внимания. Человек, быстро считающий в уме, «чувствует» числа и способен быстро оценить правильность полученного результата. Цифры — это не враги, а старые и верные друзья, помогающие сэкономить время. Умение считать быстро без помощи калькулятора оказывает большое влияние на развитие школьников и прививает у них интерес к изучению математики.

Школьные правила выполнения арифметических операций надежны и работают всегда. Но эти правила рассчитаны на письменные вычисления. И поэтому громоздки. Из-за этого школьные правила выполнения арифметических операций проигрывают в споре с калькулятором.

Поэтому, по мнению автора данного пособия, ощущается потребность в компактном пособии, в котором будут рассмотрены методы быстрого счета без помощи калькулятора. Одна из попыток решить эту задачу — перед вами, уважаемый читатель.

Цель этой книги — просто и доходчиво на конкретных примерах показать людям, которые, возможно, мало знакомы с математикой, как можно считать быстро без помощи калькулятора.

В первой главе говорится о сложении чисел. С вычитанием чисел читатель встретится во второй главе. Об умножении чисел идет речь в третьей главе. Квадрат числа — это тема четвертой главы. Делению чисел посвящена пятая глава. С признаками делимости читатель познакомится в шестой главе. О вычислении квадратного и кубического корней можно узнать из седьмой и восьмой глав. В девятой главе говорится об экспоненте.

Не нужно пытаться заучивать все приведенные методы и алгоритмы. Каждый может найти для себя то, что ему интересно. А постоянная практика в быстрых вычислениях будет способствовать закреплению материала книги.

Весь материал книги разбит на главы, а главы — на параграфы. Каждый параграф — это отдельная тема. В начале параграфа приводится необходимый минимум теоретических сведений, затем подробно разбираются модельные примеры. После каждого примера приводится задача для самостоятельного решения. Ответы ко всем задачам помещены в конце книги. Также в конце книги приведены программа курса и задачи для контрольной работы.

Хочется надеяться, что знакомство с книгой будет как приятным, так и полезным.

Автор

1. СЛОЖЕНИЕ

Сложилось мнение, что сложение — это очень простая арифметическая операция. Почему же тогда лишь немногие способны складывать числа без помощи калькулятора? В этой главе мы рассмотрим способы, которые позволят находить сумму чисел, не прибегая к помощи калькулятора.

1.1. СЛОЖЕНИЕ С ПОМОЩЬЮ КРУГЛЫХ ЧИСЕЛ

Круглые числа оканчиваются нулями.

Пример 1. 100, 120, 23 000, 135 670 000 — это примеры круглых чисел.

Задача 1. Привести примеры круглых чисел.

При *сложении с помощью круглых чисел* одно из слагаемых заменяют суммой круглого числа и дополнения этого круглого числа до заменяемого слагаемого.

Пример 2. Найдем сумму чисел 872 и 57 с помощью круглого числа.
Представим число 57 в виде суммы круглого числа 50 и числа 7. Тогда

$$872 + 57 = 872 + (50 + 7) = (872 + 50) + 7 =$$
$$= (870 + 2 + 50) + 7 = (870 + 50 + 2) + 7 =$$
$$= (920 + 2) + 7 = 920 + (2 + 7) = 920 + 9 = 929.$$

Задача 2. Найти сумму чисел 429 и 64 с помощью круглого числа.

1.2. ПОРАЗРЯДНОЕ СЛОЖЕНИЕ

Иногда при сложении двух чисел используют *поразрядное сложение*, когда к первому слагаемому добавляют поочередно, начиная с высшего разряда, все разряды второго слагаемого.

Пример 3. Найдем сумму чисел 547 и 326 с помощью поразрядного сложения.
Так как 326 = 300 + 20 + 6, то

547 + 326 = 547 + (300 + 20 + 6) =
= (547 + 300) + (20 + 6) = 847 + (20 + 6) =
= (847 + 20) + 6 = 867 + 6 = (860 + 7) + 6 =
= (860 + 7) + 6 = 860 + (7 + 6) = 860 + 13 =
= 860 + (10 + 3) = (860 + 10) + 3 = 870 + 3 = 873.

Задача 3. Найти сумму чисел 679 и 425 с помощью поразрядного сложения.

1.3. ГРУППИРОВКА СЛАГАЕМЫХ

Если некоторые слагаемые дают в сумме круглые числа, то *группировка слагаемых* позволяет существенно сократить объем вычислений.

Пример 4. Найдем сумму 62 + 31 + 28 + 57 + 23 + 17 + 49 с помощью группировки слагаемых.
Слагаемые 62 и 28, 31 и 49, 57 и 23 дают в сумме круглые числа. Поэтому сгруппируем эти слагаемые. Тогда

62 + 31 + 28 + 57 + 23 + 17 + 49 =
= (62 + 28) + (31 + 49) + (57 + 23) + 17
= 90 + 80 + 80 + 17 = 250 + 17 = 267.

Задача 4. Найти сумму 34 + 49 + 96 + 17 + 63 + 21 + 72 с помощью группировки слагаемых.

1.4. ЗАМЕНА СЛАГАЕМОГО

Можно одно слагаемое дополнить до круглого числа. С этой целью второе слагаемое представляют в виде соответствующей суммы. Такая *замена слагаемого* используется очень часто.

Пример 5. Найдем сумму чисел 266 и 9 с помощью замены слагаемого.
Слагаемому 266 до ближайшего большего круглого числа 270 не хватает 4. Поэтому представим второе слагаемое 9 в виде суммы двух слагаемых, одно из которых равно 4. Тогда

9 = 4 + 5.

Поэтому

266 + 9 = 266 + (4 + 5) = (266 + 4) + 5 = 270 + 5 = 275.

Задача 5. Найти сумму чисел 378 и 6 с помощью замены слагаемого.

1.5. МЕТОД ВЫБРАСЫВАНИЯ ДЕВЯТОК

Метод выбрасывания девяток используется для проверки результатов сложения.

У каждого слагаемого суммируем его цифры. При этом цифры, дающие в сумме 9 (9, 1 + 8, 7 + 2, 1 + 2 + 6 и т. д.), исключим из рассмотрения. Если у какого-то слагаемого сумма цифр выражается двузначным числом, то нужно найти сумму цифр этого двузначного числа. При этом цифры, дающие в сумме 9, исключаются из рассмотрения.

Сложим полученные однозначные числа. Слагаемые, дающие в сумме 9, исключаются из рассмотрения. Если получено двузначное число, то найдем сумму его цифр. По-прежнему слагаемые, дающие в сумме 9, исключаются из рассмотрения. Найденное однозначное число служит первым контрольным числом.

Для нахождения второго контрольного числа нужно сложить цифры ответа. При этом слагаемые, дающие в сумме 9, исключаются из рассмотрения. Если получено двузначное число, то найдем сумму его цифр. По-прежнему слагаемые, дающие в сумме 9, исключаются из рассмотрения. Найденное однозначное число служит вторым контрольным числом.

Несовпадение контрольных чисел говорит о том, что при выполнении сложения чисел была допущена ошибка.

В случае совпадения контрольных чисел ничего определенного сказать нельзя. Скорее всего, ошибок нет, так как маловероятно, чтобы возможные ошибки не оказали никакого влияния на контрольные числа.

Пример 6. Проверим методом выбрасывания девяток правильность вычислений:

415 678 + 325 647 + 984 236 = 1 726 561.

Найдем суммы цифр слагаемых методом выбрасывания девяток.

415 678 → 4 + 1 + 5 + 6 + 7 + 8 → 6 + 7 = 13
(мы исключили 4 + 5 = 9 и 1 + 8 = 9) → 1 + 3 = 4.

325 647 → 3 + 2 + 5 + 6 + 4 + 7 → 0
(мы исключили 4 + 5 = 9, 3 + 6 = 9 и 2 + 7 = 9).

984 236 → 9 + 8 + 4 + 2 + 3 + 6 → 8 + 4 + 2 = 14
(мы исключили 9 и 3 + 6 = 9) → 1 + 4 = 5.

Тогда первое контрольное число равно:

4 + 0 + 5 → 0 (мы исключили 4 + 5 = 9).

Найдем сумму цифр ответа методом выбрасывания девяток:

1726561 → 1 + 7 + 2 + 6 + 5 + 6 + 1 →
→ 1 + 6 + 5 + 6 + 1 = 19 (мы исключили 2 + 7 = 9) →
→ 1 + 9 → 1 (мы исключили 9).

Это второе контрольное число. Несовпадение контрольных чисел (0 ≠ 1) говорит о том, что 415 678 + 325 647 + 984 236 ≠ 1 726 561.

Задача 6. Проверить методом выбрасывания девяток правильность вычислений:

564 229 + 358 746 + 247 562 = 1 171 537.

Пример 7. Проверим методом выбрасывания девяток правильность вычислений:

624 587 + 129 856 + 327 894 = 1 082 337.

Найдем суммы цифр слагаемых методом выбрасывания девяток.

624 587 → 6 + 2 + 4 + 5 + 8 + 7 → 6 + 8 = 14
(мы исключили 2 + 7 = 9 и 4 + 5 = 9) → 1 + 4 = 5.

129 856 → 1 + 2 + 9 + 8 + 5 + 6 → 2 + 5 + 6 = 13
(мы исключили 9 и 1 + 8 = 9) → 1 + 3 = 4.

327 894 → 3 + 2 + 7 + 8 + 9 + 4 → 3 + 8 + 4 = 15
(мы исключили 9 и 2 + 7 = 9) → 1 + 5 = 6.

Тогда первое контрольное число равно:

5 + 4 + 6 → 6 (мы исключили 4 + 5 = 9).

Найдем сумму цифр ответа методом выбрасывания девяток.

1 082 337 → 1 + 0 + 8 + 2 + 3 + 3 + 7 → 0 + 3 + 3 = 6
(мы исключили 2 + 7 = 9 и 1 + 8 = 9).

Это второе контрольное число. Совпадение контрольных чисел (6 = 6) говорит о том, что методом выбрасывания девяток ошибок не найдено. Это повышает нашу уверенность в правильности вычислений.

Задача 7. Проверить методом выбрасывания девяток правильность вычислений:

564 736 + 251 489 + 657 328 = 1 473 553.

2. ВЫЧИТАНИЕ

Большинство людей считает, что вычитание — более сложная операция по сравнению со сложением. Так это или нет, пусть решает сам читатель после знакомства с материалом этой главы. Напомним, что *вычитаемое* — это то число, которое вычитают, а *уменьшаемое* — это число, из которого вычитают. Результат вычитания называется *разностью*.

2.1. ВЫЧИТАНИЕ С ПОМОЩЬЮ КРУГЛОГО ЧИСЛА

При *вычитании с помощью круглого числа* из уменьшаемого отнимают ближайшее к вычитаемому круглое число, а потом добавляют с учетом знака разность между этим круглым числом и вычитаемым.

Пример 8. Найдем разность чисел 746 и 38 с помощью круглого числа.
Ближайшее круглое число к вычитаемому 38 равно 40. Тогда

$38 = 40 - 2.$

Отсюда

$746 - 38 = 746 - (40 - 2) =$
$= 746 - 40 + 2 = 706 + 2 = 708.$

Задача 8. Найти разность чисел 687 и 49 с помощью круглого числа.

Пример 9. Найдем разность чисел 764 и 33 с помощью круглого числа.

Ближайшее круглое число к вычитаемому 33 равно 30. Тогда

$33 = 30 + 3.$

Отсюда

$764 - 33 = 764 - (30 + 3) =$
$= 764 - 30 - 3 = 734 - 3 = 731.$

Задача 9. Найти разность чисел 857 и 43 с помощью круглого числа.

2.2. ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОЕ ПОРАЗРЯДНОЕ ВЫЧИТАНИЕ

При *последовательном поразрядном вычитании* из уменьшаемого поочередно вычитают, начиная с высшего разряда, все разряды вычитаемого.

Пример 10. Найдем разность чисел 753 и 127 с помощью последовательного поразрядного вычитания.
Так как $127 = 100 + 20 + 7$, то

$753 - 127 = 753 - (100 + 20 + 7) =$
$= 753 - 100 - 20 - 7 = 653 - 20 - 7 = 633 - 7 = 626.$

Задача 10. Найти разность чисел 684 и 258 с помощью последовательного поразрядного вычитания.

2.3. ЗАМЕНА ВЫЧИТАЕМОГО

Очень часто при вычитании прибегают к *замене вычитаемого*, когда вычитаемое представляют в виде суммы двух чисел, одно из которых равно цифре в разряде единиц уменьшаемого.

ЛИТЕРАТУРА

Баврин И. И. Сельский учитель С. А. Рачинский и его задачи для умственного счета. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003.

Просветов Г. И. Быстрый счет: Задачи и решения. М.: АСТ: Астрель, 2008.

Устный счет / Сост. П. М. Камаев. М.: Чистые пруды, 2007.

СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие 3

Глава 1. Сложение 5
1.1. Сложение с помощью круглых чисел 5
1.2. Поразрядное сложение 6
1.3. Группировка слагаемых 6
1.4. Замена слагаемого 7
1.5. Метод выбрасывания девяток 7

Глава 2. Вычитание 10
2.1. Вычитание с помощью круглого числа 10
2.2. Последовательное поразрядное вычитание 11
2.3. Замена вычитаемого 11
2.4. Одновременное изменение уменьшаемого и вычитаемого на одно и то же число 12
2.5. Проверка результата вычитания 13

Глава 3. Умножение 14
3.1. Умножение на 10^n (n — натуральное число) 14
3.2. Умножение на 10^{-n} (n — натуральное число) 15
3.3. Умножение с помощью опорного числа 15
3.4. Умножение с помощью двух опорных чисел 18
3.5. Умножение на круглые числа 19
3.6. Умножение десятичных дробей 20
3.7. Умножение с помощью множителей перемножаемых чисел 22
3.8. Метод выбрасывания девяток 22
3.9. Метод выбрасывания одиннадцати 23
3.10. Умножение на число вида 5×10^n (n — целое число) 24
3.11. Умножение на число вида $2{,}5 \times 10^n$ (n — целое число) 24
3.12. Умножение на число вида $1{,}25 \times 10^n$ (n — целое число) 25
3.13. Умножение на 75 25
3.14. Умножение на 11 26
3.15. Умножение однозначного числа на 9 на пальцах 27
3.16. Умножение чисел от 6 до 9 на пальцах 28

3.17. Умножение на 9 28
3.18. Умножение двух двузначных чисел с одинаковым числом десятков и суммой единиц, равной 10 30
3.19. Умножение двух двузначных чисел, у которых число десятков отличается на 1, а сумма единиц равна 10 30
3.20. Умножение двух двузначных чисел с одинаковым числом единиц и суммой десятков, равной 10 31
3.21. Умножение двух двузначных чисел с суммой единиц, равной 10 31
3.22. Умножение на число, записанное одними девятками 32
3.23. Умножение чисел, близких к 50 33
3.24. Умножение двух чисел, оканчивающихся на 5 33
3.25. Умножение двух чисел, оканчивающихся на 1 34

Глава 4. Квадрат числа 35
4.1. Квадрат числа, оканчивающегося на 5 35
4.2. Квадрат числа, оканчивающегося на 6 35
4.3. Квадрат числа, оканчивающегося на 4 36
4.4. Квадрат числа, оканчивающегося на 1 36
4.5. Квадрат числа, оканчивающегося на 9 37
4.6. Квадрат числа, близкого к 50 37
4.7. Квадрат числа, близкого к 500 38
4.8. Квадрат двузначного числа 38

Глава 5. Деление 40
5.1. Деление на 10^n (n — натуральное число) 40
5.2. Деление на 10^{-n} (n — натуральное число) 40
5.3. Деление на число вида 5×10^n (n — целое число) 41
5.4. Деление на число вида $2{,}5 \times 10^n$ (n — целое число) 41
5.5. Деление на число вида $1{,}25 \times 10^n$ (n — целое число) 42
5.6. Деление на число, оканчивающееся на 5 42
5.7. Разложение делимого на разность двух чисел 43
5.8. Деление двузначного числа на однозначное число 43
5.9. Деление двузначного числа на 9 45
5.10. Деление с помощью сложения 45
5.11. Деление на двузначное число 47
5.12. Проверка результата деления 49

Глава 6. Признаки делимости 51
6.1. Признак делимости на 2 51
6.2. Признак делимости на 3 51
6.3. Признак делимости на 4 52
6.4. Признак делимости на 5 53
6.5. Признак делимости трехзначного числа на 8 53

6.6. Признак делимости на 8 54
6.7. Признак делимости на 9 55
6.8. Признак делимости на 10 55
6.9. Признак делимости на 11 56
6.10. Метод вспомогательного множителя 56

Глава 7. Квадратный корень 59
7.1. Приближенное значение квадратного корня 59
7.2. Перекрестное умножение 60
7.3. Извлечение квадратного корня с помощью перекрестного умножения 61

Глава 8. Кубический корень 63

Глава 9. Экспонента 64

Ответы 65
Программа учебного курса «Учимся считать быстро» 66
Задачи для контрольной работы по курсу «Учимся считать быстро» 69
Литература 72