

Г. И. Просветов

**МАТЕМАТИКА
ДЛЯ
ГУМАНИТАРИЕВ:
ЗАДАЧИ И РЕШЕНИЯ**

Учебно-практическое пособие

Москва
Альфа-Пресс
2008

УДК 51(07)
ББК 22.1
П 82

П 82 **Просветов Г. И.**

МАТЕМАТИКА ДЛЯ ГУМАНИТАРИЕВ: ЗАДАЧИ И РЕШЕНИЯ: Учебно-практическое пособие. — М.: Издательство «Альфа-Пресс», 2008. — 320 с.

ISBN 978-5-94280-357-5

В настоящем учебно-методическом пособии для людей, которые по роду занятий профессионально не связаны с математикой, представлены все основные разделы этой фундаментальной науки с целью создания необходимого базиса знаний, без которого даже в гуманитарной области не сможет состояться ни один грамотный и востребованный специалист.

В пособии большое внимание уделено линейной алгебре и геометрии, теории вероятностей и теории статистических исследований, а также математическому анализу, дискретной математике и математической логике.

Для преподавателей и студентов высших учебных заведений.

УДК 51(07)
ББК 22.1

ISBN 978-5-94280-357-5



9 785942 803575

© Просветов Г. И., 2008
© ООО Издательство «Альфа-Пресс», 2008

Предисловие

Математика и опыт — вот подлинные основания достоверного, естественного, разумного живого познания.

Спиноза

Поступая в гуманитарный вуз, абитуриенты и не думали, что придется столкнуться с математикой. Но раз практика потребовала математику, то эту математику нужно изучать. Лет двадцать назад разговоры о математизации знаний вызывали лишь улыбку. Но после обвальная компьютеризация уже никто не подвергает сомнению право на жизнь математических методов в гуманитарных науках.

Первая трудность в изучении математики гуманитариями состоит в том, что изучать математику предстоит тем, кто уже мысленно распрощался с ней после окончания школы и полагал никогда больше с ней не встречаться. Трудность вторая — отсутствие учебников, рассчитанных именно на такую аудиторию.

Программы по математике для студентов гуманитарных и инженерно-технических специальностей существенно различаются. Поэтому все хорошо себя зарекомендовавшие и выдержавшие не одно издание вузовские учебники по математике для студентов инженерно-технических специальностей мало в чем могут помочь в изучении математики студентам гуманитарных специальностей.

Появившиеся на смену «старой гвардии» всевозможные математические учебники для студентов-гуманитариев не выдерживают никакой критики. Либо они и по содержанию, и по объему практически ничем не отличаются от своих предшественников и не учитывают реальные учебные планы обучения (особенно заочников и вечерников). Либо вместо математики в этих учебниках содержится набор научно-популярных текстов на темы «Математика — общеобразовательная дисциплина», «Роль математики в формировании логического мышления», «Математика — теоретическая основа информатики» и т. д. Либо учебники написаны маститыми учеными-гуманитария-

ми, которые хотя и являются в своей области звездами первой величины, но в математике всего лишь самоучки (о чем они даже с некоторой гордостью сообщают в предисловии к своим книгам). Нередко учебники написаны коллективом авторов, поэтому даже внутри одного учебника изложение материала дается по-разному.

Но ведь недаром говорят, что «математика вприглядку не изучается». Поэтому, по мнению автора данного пособия, ощущается потребность в пособии, охватывающем всю математику для студентов гуманитарных специальностей, построенном по единому методологическому принципу и ориентированном на читателя со скромной математической подготовкой. Одна из попыток решить эту задачу перед вами, уважаемый читатель.

Пособие состоит из четырех разделов:

- 1) линейная алгебра и геометрия;
- 2) математический анализ;
- 3) теория вероятностей и математическая статистика;
- 4) дискретная математика и математическая логика.

В раздел «Линейная алгебра и геометрия» вошли следующие темы: матрицы, определители, системы линейных уравнений, векторы, прямая на плоскости, линейные операторы, линейные пространства, многочлены, собственные векторы, евклидовы пространства.

Раздел «Математический анализ» содержит следующие темы: множество, функция, последовательность, предел функции, непрерывность, производная, неопределенный и определенный интегралы, ряды, дифференциальные уравнения.

В разделе «Теория вероятностей и математическая статистика» рассмотрены темы: основные понятия теории вероятностей, действия с вероятностями, дерево вероятностей, формула Байеса, повторение испытаний, простейший поток событий, относительная частота, дискретные и непрерывные случайные величины, выборочный метод, вариационные ряды, расчет сводных характеристик выборки, доверительные интервалы, испытание гипотез, индексы, линейная регрессия, порядковые испытания, дисперсионный анализ, линейная корреляция.

В разделе «Дискретная математика и математическая логика» представлены комбинаторика, булевы функции, нормальные формы, предикаты, основные понятия теории графов, задача о кратчайшем пути, коммуникационная сеть, правила вывода и получение выводимых суждений, алгоритм.

Каждый раздел разбит на главы, а главы — на параграфы. Каждый параграф — это отдельная тема. В начале параграфа приводится не-

обходимый минимум теоретических сведений, затем подробно разбираются модельные примеры. Показано, как с помощью встроенных функций и надстройки «Пакет анализа» пакета Excel можно избежать долгих и утомительных вычислений. После каждого примера приводится задача для самостоятельного решения. Ответы ко всем задачам помещены в конце соответствующего раздела. Также в конце каждого раздела приведены программа этого раздела и задачи для контрольной работы. Каждый раздел фактически можно рассматривать как самостоятельный курс, методически согласованный с остальными.

Не секрет, что уровень преподавания школьной математики за последние годы неуклонно снижается. И это очень печальный факт. Для ликвидации пробелов в знании школьной программы по математике в предлагаемом пособии напоминаются все нужные сведения из школьной математики.

Конечно, математика не всеильна. Это лишь одна из наук. Но из-за абстрактности своих объектов математика применима в других науках. Математические методы обеспечивают возможность количественных сравнений, краткие символические интерпретации, обоснованность прогнозов и решений. Чем проще методы математической обработки и чем ближе они к реально полученным эмпирическим данным, тем более надежными и осмысленными получаются результаты.

Математика — это обширная и бурно развивающаяся область знаний. Но она далеко не однородна. Многие методы играют служебную роль в самой математике. Широко распространенный в математике аксиоматический подход с тщательным доказательством теорем настолько затемняет простую суть математических объектов и операций, что пробиться к ней не хватает ни терпения, ни сил, ни времени.

Полезно от применения математики в гуманитарных науках велика, но и труда на ее освоение нужно много. Зато он окупается сполна.

Конечно, нельзя досконально изучить все рассмотренные в этой книге математические методы впрямую, раз и навсегда. Но познакомиться и попытаться их понять нужно. А детали можно уточнить в дальнейшем, когда возникнет в этом необходимость.

За основу пособия принят материал курсов, читаемых автором в Российской академии предпринимательства. Всем студентам, прослушавшим эти курсы, автор выражает благодарность за продуктивную совместную работу. Материал книги использовался автором

в 2000—2002 годах в Европейском университете права и Московском социально-экономическом университете.

Автор выражает искреннюю признательность В. М. Трояновскому за многочисленные замечания, способствовавшие улучшению книги.

Хочется надеяться, что знакомство с книгой будет как приятным, так и полезным.

Автор

Р а з д е л I

ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА И ГЕОМЕТРИЯ

МАТРИЦЫ

Матрицей (точнее *числовой матрицей*) размера $m \times n$ (произносится «эм на эн») называется таблица чисел, содержащая m строк и n столбцов.

Будем обозначать матрицы латинскими буквами A, B, C, \dots

Числа, составляющие матрицу, называются ее *элементами*. Каждый элемент a_{ij} имеет два индекса i и j , которые показывают, что элемент находится в i -й строке и j -м столбце. В экономической практике элементами матриц являются вещественные числа.

Пример 1. Элемент a_{12} расположен в 1-й строке и 2-м столбце, а элемент a_{31} находится в 3-й строке и 1-м столбце.

Задача 1. Что можно сказать о расположении элемента a_{24} ?

Используют следующие обозначения матрицы:

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix} \text{ или } A = (a_{ij}).$$

Пример 2. Матрица $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ имеет размер 2×4 , так как она содержит 2 строки и 4 столбца. Матрица $B = \begin{pmatrix} 4 & 7 \\ 3 & -1 \\ 0,5 & 8 \end{pmatrix}$ имеет размер 3×2 , так как она содержит 3 строки и 2 столбца.

Задача 2. Привести пример матрицы размер 2×3 .

Матрица, у которой число строк равно числу столбцов ($m = n$) называется *квадратной матрицей порядка n* . Иначе матрица называется *прямоугольной*.

Пример 3. Матрицы A и B из примера 2 прямоугольные. Матрица $C = \begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ — это квадратная матрица порядка 3. Она содержит 3 строки и 3 столбца.

Задача 3. Привести пример квадратной матрицы второго порядка.

Нулевая матрица — это матрица из одних нулей. Квадратная матрица следующего вида

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \end{pmatrix}$$

(элементы $a_{ii} = 1, i = 1, \dots, n$, на диагонали равны 1, все остальные элементы равны 0) называется *единичной матрицей порядка n* и обозначается латинской буквой E .

Пример 4. $E_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, E_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ — это примеры единичных матриц порядков 2 и 3 соответственно.

Задача 4. Как выглядит единичная матрица четвертого порядка?

§ 1.1. ДЕЙСТВИЯ С МАТРИЦАМИ

1. *Умножение на число.* При умножении матрицы $A = (a_{ij})$ на число α каждый ее элемент умножается на это число: $\alpha A = (\alpha a_{ij})$.

Пример 5. Матрица $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 4 & 5 \end{pmatrix}$.

Тогда $2A = \begin{pmatrix} 2 \times 1 & 2 \times 2 & 2 \times 3 \\ 2 \times 0 & 2 \times 4 & 2 \times 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 6 \\ 0 & 8 & 10 \end{pmatrix}$.

Задача 5. Для матрицы $A = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 7 \\ 3 & 4 & 1 \end{pmatrix}$ найти матрицу $5A$.

2. *Сложение.* Это действие применимо только к матрицам одинакового размера. Сумма матриц $A = (a_{ij})$ и $B = (b_{ij})$ размера $m \times n$ есть матрица C размера $m \times n$, элементы которой есть сумма соответствующих элементов матриц A и B : $C = A + B = (c_{ij} = a_{ij} + b_{ij})$.

Пример 6. Даны матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 7 & 5 & 9 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} 4 & 8 & 10 \\ 16 & 11 & 6 \end{pmatrix}$.

Размер матриц A и B одинаков (2×3). Матрица $C = A + B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 7 & 5 & 9 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 & 8 & 10 \\ 16 & 11 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1+4 & 2+8 & 3+10 \\ 7+16 & 5+11 & 9+6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 10 & 13 \\ 23 & 16 & 15 \end{pmatrix}$ также имеет размер 2×3 .

Задача 6. Найти сумму матриц $A = \begin{pmatrix} 10 & 17 & 13 \\ 8 & 9 & 7 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} 30 & 18 & 2 \\ 1 & 5 & 19 \end{pmatrix}$.

3. **Вычитание.** Это действие применимо только к матрицам одинакового размера. Разность матриц $A = (a_{ij})$ и $B = (b_{ij})$ размера $m \times n$ есть матрица D размера $m \times n$, элементы которой есть разность соответствующих элементов матриц A и B : $D = A - B = (d_{ij} = a_{ij} - b_{ij})$.

Пример 7. Для матриц A и B из примера 6: $D = A - B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 7 & 5 & 9 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 4 & 8 & 10 \\ 16 & 11 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1-4 & 2-8 & 3-10 \\ 7-16 & 5-11 & 9-6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 & -6 & -7 \\ -9 & -6 & 3 \end{pmatrix}$.

Задача 7. Найти разность матриц A и B из задачи 6.

4. **Транспонирование.** Из матрицы $A = (a_{ij})$ размера $m \times n$ получается матрица A' размера $n \times m$ следующим образом: $A' = (a'_{ij} = a_{ji})$, то есть надо строки матрицы A записать в виде столбцов.

Пример 8.

Матрица $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 4 & 6 & 9 \\ 13 & 7 & 18 & 19 \end{pmatrix}$. Тогда $A' = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 13 \\ 2 & 4 & 7 \\ 3 & 6 & 18 \\ 4 & 9 & 19 \end{pmatrix}$.

Задача 8. Транспонировать матрицу $A = \begin{pmatrix} 11 & 12 & 13 & 14 \\ 15 & 4 & 6 & 19 \\ 3 & 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$.

5. **Умножение.** Произведение матриц $A = (a_{is})$ размера $m \times k$ и $B = (b_{sj})$ размера $k \times n$ есть матрица $C = (c_{ij})$ размера $m \times n$, элементы которой $c_{ij} = \sum_{s=1}^k a_{is}b_{sj}$, то есть для получения элемента c_{ij} нужно i -ю строку матрицы A умножить поэлементно на j -й столбец матрицы B и полученные произведения сложить. $A_{m \times k} B_{k \times n} = C_{m \times n}$.

Порядок умножения матриц A и B очень важен. Число столбцов (k) 1-го множителя должно равняться числу строк 2-го множителя. Вообще говоря, $AB \neq BA$.

Пример 9. Даны матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 7 & 4 & 5 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} 8 & 10 & 9 & 1 \\ 3 & 4 & 0 & 2 \\ 6 & 11 & 12 & 10 \end{pmatrix}$.

Тогда $A_{2 \times 3} B_{3 \times 4} = C_{2 \times 4} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & c_{14} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} & c_{24} \end{pmatrix}$.

Для нахождения элемента c_{11} (1-я строка, 1-й столбец) нужно 1-ю строку матрицы A умножить поэлементно на 1-й столбец матрицы B и полученные произведения сложить: $c_{11} = 1 \times 8 + 2 \times 3 + 3 \times 6 = 32$.

Для нахождения элемента c_{12} (1-я строка, 2-й столбец) нужно 1-ю строку матрицы A умножить поэлементно на 2-й столбец матрицы B и полученные произведения сложить: $c_{12} = 1 \times 10 + 2 \times 4 + 3 \times 11 = 51$.

Для нахождения элемента c_{21} (2-я строка, 1-й столбец) нужно 2-ю строку матрицы A умножить поэлементно на 1-й столбец матрицы B и полученные произведения сложить: $c_{21} = 7 \times 8 + 4 \times 3 + 5 \times 6 = 98$. И т. д.

$C = \begin{pmatrix} 32 & 51 & 45 & 35 \\ 98 & 141 & 123 & 65 \end{pmatrix}$.

Произведение же матриц в другом порядке ($B_{3 \times 4} A_{2 \times 3}$) не существует, так как $4 \neq 2$.

Задача 9. Даны матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 7 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 9 & 3 \\ 8 & 7 \end{pmatrix}$. Найти произведения AB , BA .

Пример 10. Пусть $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 5 & 9 \\ 6 & 7 \end{pmatrix}$.

Тогда $AB = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 & 9 \\ 6 & 7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \times 5 + 2 \times 6 & 1 \times 9 + 2 \times 7 \\ 3 \times 5 + 4 \times 6 & 3 \times 9 + 4 \times 7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 17 & 23 \\ 39 & 55 \end{pmatrix}$. $BA = \begin{pmatrix} 5 & 9 \\ 6 & 7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 32 & 46 \\ 27 & 40 \end{pmatrix}$. Мы получили, что $AB \neq BA$.

Задача 10. Привести пример матриц A , B , для которых $AB \neq BA$.

Замечание. Математическая функция **МУМНОЖ** мастера функций f_x пакета Excel позволяет быстро перемножить матрицы. Перед

Просветов Г. И. Цены и ценообразование: Задачи и решения. М.: Издательство «Альфа-Пресс», 2007.

Просветов Г. И. Эконометрика: Задачи и решения. 5-е изд. М.: Издательство «Альфа-Пресс», 2008.

Просветов Г. И. Экономика предприятия: Задачи и решения. М.: Издательство «Альфа-Пресс», 2008.

Просветов Г. И. Экономический анализ: Задачи и решения. М.: Издательство «Альфа-Пресс», 2008.

Сидоренко Е. В. Методы математической обработки в психологии. СПб.: Речь, 2004.

Суходольский Г. В. Математические методы в психологии. Харьков: Гуманитарный Центр, 2004.

Литература

Предисловие	3
-------------------	---

Раздел I. ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА И ГЕОМЕТРИЯ

ГЛАВА 1. Матрицы	8
1.1. Действия с матрицами	9
1.2. Свойства действий с матрицами	12
ГЛАВА 2. Определители	13
2.1. Определители второго порядка	13
2.2. Определители третьего порядка	13
2.3. Алгебраические дополнения и миноры	14
2.4. Разложение определителя по строке или столбцу	15
2.5. Свойства определителей	16
2.6. Вычисление определителей	17
ГЛАВА 3. Обратная матрица	20
3.1. Алгоритм нахождения обратной матрицы	20
3.2. Нахождение обратной матрицы для матрицы второго порядка	20
3.3. Нахождение обратной матрицы для матрицы третьего порядка	21
3.4. Свойства обратной матрицы	22
ГЛАВА 4. Системы линейных уравнений	23
4.1. Основные определения	23
4.2. Правило Крамера	23
4.3. Матричный метод	26
4.4. Ступенчатый вид матрицы. Ранг матрицы	27
4.5. Метод Гаусса	29
4.6. Нахождение обратной матрицы методом Гаусса	33
ГЛАВА 5. Векторы на плоскости	35
5.1. Действия с векторами	35
5.2. Система координат на прямой	36
5.3. Декартова прямоугольная система координат на плоскости	37
5.4. Координаты вектора. Преобразование координат вектора при основных операциях	38

5.5. Модуль вектора. Расстояние между двумя точками	38
5.6. Скалярное произведение векторов	39
ГЛАВА 6. Прямая на плоскости	41
6.1. Различные виды уравнений прямой на плоскости	41
6.2. Взаимное расположение прямых на плоскости	42
6.3. Уравнение прямой, проходящей через две данные точки	43
6.4. Расстояние от точки до прямой	44
ГЛАВА 7. Линейные пространства	45
7.1. Линейно зависимые и линейно независимые системы векторов. Базис	49
ГЛАВА 8. Линейные операторы	52
ГЛАВА 9. Многочлены	55
9.1. Действия с многочленами	55
9.2. Схема Горнера	56
ГЛАВА 10. Собственные векторы	58
10.1. Нахождение собственных векторов и собственных значений	58
ГЛАВА 11. Евклидовы пространства	62
Ответы	64
Программа учебного курса «Линейная алгебра и геометрия»	68
Задачи для контрольной работы по курсу «Линейная алгебра и геометрия»	70

Раздел II. МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

ГЛАВА 1. Множество	76
ГЛАВА 2. Функция	78
2.1. Постоянные и переменные величины	78
2.2. Понятие функции	78
2.3. Способы задания функции	79
2.4. Элементы поведения функции	80
2.5. Сложная функция	83
2.6. Линейная интерполяция	84
2.7. Дробно-линейная функция	85
2.8. Квадратичная функция	86
2.9. Рациональная функция	89
2.10. Преобразования графиков	91

2.11. Показательная функция	94
2.12. Логарифмическая функция	95
2.13. Взаимно-обратные функции	95
2.14. Окружность	96
2.15. Тригонометрические функции	96
ГЛАВА 3. Последовательность	99
3.1. Арифметическая прогрессия	99
3.2. Геометрическая прогрессия	100
3.3. Предел последовательности	102
3.4. Монотонные последовательности	102
3.5. Ограниченная последовательность	103
3.6. Теорема о пределе монотонной ограниченной последовательности	103
ГЛАВА 4. Предел функции	105
4.1. Теоремы о пределах	105
4.2. Раскрытие неопределенностей	106
4.3. Замечательные пределы	107
ГЛАВА 5. Непрерывность	108
5.1. Свойства функций, непрерывных на отрезке	108
ГЛАВА 6. Производная	109
6.1. Приращения аргумента и функции	109
6.2. Понятие производной	109
6.3. Правила дифференцирования	110
6.4. Первая таблица производных	111
6.5. Производная сложной функции. Вторая таблица производных	111
6.6. Производные высших порядков	113
6.7. Правило Лопиталья	113
6.8. Уравнение касательной. Геометрический смысл производной	114
6.9. Дифференциал	114
6.10. Применение дифференциала в приближенных вычислениях	115
6.11. Возрастание и убывание функции. Локальные экстремумы	115
6.12. Выпуклость вверх и вниз. Точки перегиба	116
6.13. Исследование функций и построение графиков	117
6.14. Нахождение наибольшего и наименьшего значений непрерывной функции на отрезке	118
ГЛАВА 7. Неопределенный интеграл	119
7.1. Первообразная и неопределенный интеграл	119
7.2. Основные свойства неопределенного интеграла	120
7.3. Таблица интегралов	120
7.4. Непосредственное интегрирование	121

7.5. Интегрирование по частям в неопределенном интеграле	121
7.6. Замена переменной в неопределенном интеграле	122
7.7. Понятие о неберущихся интегралах	123
ГЛАВА 8. Определенный интеграл	124
8.1. Основные свойства определенного интеграла	124
8.2. Формула Ньютона-Лейбница	125
8.3. Геометрический смысл определенного интеграла	126
8.4. Интегрирование по частям в определенном интеграле	126
8.5. Замена переменной в определенном интеграле	127
ГЛАВА 9. Ряды	128
9.1. Виды рядов	128
9.2. Сходящиеся и расходящиеся ряды	129
9.3. Необходимый признак сходимости	129
9.4. Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия	130
ГЛАВА 10. Дифференциальные уравнения	131
10.1. Основные понятия	131
10.2. Линейные однородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами	132
Ответы	133
Программа учебного курса «Математический анализ»	137
Задачи для контрольной работы по курсу «Математический анализ»	139

Раздел III.
ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ
И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА

ГЛАВА 1. Основные понятия теории вероятностей	144
ГЛАВА 2. Действия с вероятностями	148
2.1. Сумма событий	148
2.2. Вероятность суммы несовместных событий	148
2.3. Произведение событий	149
2.4. Зависимые и независимые события	149
2.5. Вероятность произведения двух независимых событий	150
2.6. Условная вероятность	151
2.7. Вероятность произведения двух зависимых событий	151
2.8. Вероятность суммы двух совместных событий	152
ГЛАВА 3. Дерево вероятностей	153
ГЛАВА 4. Формула Байеса	155

ГЛАВА 5. Повторение испытаний	157
5.1. Схема Бернулли	157
5.2. Локальная теорема Муавра-Лапласа	158
5.3. Теорема Пуассона	158
5.4. Интегральная теорема Лапласа	159
ГЛАВА 6. Простейший поток событий	160
ГЛАВА 7. Относительная частота	162
7.1. Вероятность отклонения относительной частоты от постоянной вероятности в независимых испытаниях	162
ГЛАВА 8. Дискретные случайные величины	164
8.1. Закон распределения вероятностей дискретной случайной величины	164
8.2. Математическое ожидание дискретной случайной величины, его свойства	165
8.3. Дисперсия дискретной случайной величины, ее свойства	166
8.4. Биномиальный закон распределения вероятностей	167
8.5. Распределения Пуассона	167
ГЛАВА 9. Непрерывные случайные величины	169
9.1. Функция распределения, ее свойства	169
9.2. Плотность распределения вероятностей, ее свойства	169
9.3. Математическое ожидание непрерывной случайной величины	170
9.4. Дисперсия непрерывной случайной величины	171
9.5. Нормальный закон распределения вероятностей	173
9.6. Вероятность попадания нормально распределенной случайной величины в заданный интервал	174
9.7. Показательный закон распределения вероятностей	175
9.8. Равномерное распределение вероятностей	176
ГЛАВА 10. Задачи математической статистики	177
10.1. Задачи математической статистики	177
10.2. Выборочный метод	177
ГЛАВА 11. Вариационные ряды	179
ГЛАВА 12. Расчет сводных характеристик выборки	182
ГЛАВА 13. Доверительные интервалы	185
13.1. Доверительный интервал для генеральной средней a (генеральная дисперсия σ^2 известна)	185
13.2. Доверительный интервал для генеральной средней a (генеральная дисперсия σ^2 неизвестна)	187

13.3. Доверительный интервал для генеральной доли	188
ГЛАВА 14. Испытание гипотез	190
14.1. Испытание гипотезы на основе выборочной средней при известной генеральной дисперсии σ^2	191
14.2. Испытание гипотезы на основе выборочной средней при неизвестной генеральной дисперсии	193
14.3. Испытание гипотезы на основе выборочной доли	194
14.4. Испытание гипотезы о двух генеральных дисперсиях	195
14.5. Сравнение средних величин двух выборок при известных генеральных дисперсиях	197
14.6. Испытание гипотезы по выборочным средним при неизвестных генеральных дисперсиях	199
14.7. Испытание гипотезы по двум выборочным долям	203
14.8. Испытание гипотез по спаренным данным	205
14.9. Критерий хи-квадрат	207
ГЛАВА 15. Индексы	211
15.1. Индексы роста и прироста	211
15.2. Базисные и цепные индексы	211
15.3. Переход от одних индексов к другим	212
15.4. Средний индекс роста для сгруппированных данных	212
ГЛАВА 16. Линейная регрессия	214
16.1. Простая модель линейной регрессии	214
16.2. Ошибки	216
16.3. Коэффициент корреляции Пирсона. Коэффициент детерминации	216
16.4. Предсказания и прогнозы на основе модели линейной регрессии	219
16.5. Основные предпосылки в модели парной линейной регрессии	219
16.6. Регрессия и Excel	220
ГЛАВА 17. Порядковые испытания	223
ГЛАВА 18. Дисперсионный анализ	225
18.1. Однофакторный дисперсионный анализ	225
18.2. Двухфакторный дисперсионный анализ	228
ГЛАВА 19. Непараметрические критерии	232
19.1. λ -критерий Колмогорова-Смирнова	232
19.2. Q-критерий Розенбаума	236
19.3. U-критерий Манна-Уитни	238
19.4. H-критерий Крускала-Уоллиса	239
19.5. S-критерий Джонкира	241
19.6. G-критерий знаков	243
19.7. T-критерий Вилкоксона	244

19.8. χ_r^2 -критерий Фридмана	246
19.9. L-критерий тенденций Пейджа	248
19.10. ϕ^* -критерий Фишера	249
19.11. Биномиальный m-критерий	250
19.12. Критерий Кохрана	251

ГЛАВА 31. Линейная корреляция	253
31.1. Функциональная, статистическая и корреляционная зависимости	253
31.2. Условные средние	253
31.3. Выборочные уравнения регрессии	254
31.4. Оценка коэффициента корреляции	258
Ответы	259
Программа учебного курса «Теория вероятностей и математическая статистика»	262
Задачи для контрольной работы по курсу «Теория вероятностей и математическая статистика»	265

Раздел IV. ДИСКРЕТНАЯ МАТЕМАТИКА И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ЛОГИКА

ГЛАВА 1. Комбинаторика	276
1.1. Размещения	276
1.2. Перестановки	277
1.3. Сочетания	277
ГЛАВА 2. Булевы функции	279
2.1. Высказывания	279
2.2. Основные операции	279
2.3. Равносильные функции	281
ГЛАВА 3. Нормальные формы	282
3.1. Совершенная дизъюнктивная нормальная форма	282
3.2. Совершенная конъюнктивная нормальная форма	283
ГЛАВА 4. Предикаты	284
4.1. Одноместный предикат	284
4.2. Кванторные операции	284
ГЛАВА 5. Основные понятия теории графов	285
ГЛАВА 6. Задача определения кратчайшего пути	291
6.1. Метод присвоения меток	291

6.2. Задача о кратчайшем пути между двумя пунктами	295
ГЛАВА 7. Построение коммуникационной сети минимальной длины	297
ГЛАВА 8. Правила вывода и получение выводимых суждений	300
ГЛАВА 9. Алгоритм	303
9.1. Что такое алгоритм?	303
9.2. Основные свойства алгоритма	303
Ответы	305
Программа учебного курса «Дискретная математика и математическая логика»	306
Задачи для контрольной работы по курсу «Дискретная математика и математическая логика»	307
Литература	309

ДЛЯ ЗАМЕТОК